

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
“ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

**НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ**  
**ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ**

Методичні вказівки для самостійної роботи студентів  
машинобудівних спеціальностей  
У двох модулях

*Модуль №1*  
*«Ортогональні проєкції геометричних елементів»*

Харків 2011



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
“ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

**НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ  
ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ**

Методичні вказівки для самостійної роботи студентів  
машинобудівних спеціальностей  
У двох модулях

***Модуль №1  
«Ортогональні проекції геометричних елементів»***

Затверджено  
редакційно-видавничою  
радою університету  
протокол № 1 від 24.06.10

Харків  
НТУ “ХПІ”  
2011

**Нарисна** геометрія. Варіанти завдань: Методичні вказівки для самостійної роботи студентів машинобудівних спеціальностей. – У 2-х мод. – Мод.1 : «Ортогональні проекції геометричних елементів». / уклад. А.М. Краснокутський, О.В. Шоман, М.М. Шевченко, Л.М.Савченко. – Х. НТУ “ХПІ”, 2011. – 24 с.

Укладачі: А.М.Краснокутський,  
О.В.Шоман,  
М.М.Шевченко,  
Л.М.Савченко

Рецензент З.М.Роженко

Кафедра геометричного моделювання та комп'ютерної графіки

## ВСТУП

Нарисна геометрія як математична наука для розв'язання задач використовує графічні засоби.

Курс «Нарисної геометрії» складається з двох модулів:

перший модуль «Ортогональні проекції геометричних елементів»

другий модуль «Поверхні та аксонометричні проекції».

Успішне оволодіння курсу вимагає від студентів:

1. Вивчення теоретичного матеріалу.
2. Розв'язання типових задач на практичних заняттях під керівництвом викладача та самостійно, що дає студентам можливість отримати мінімальний практикум, необхідний для оволодіння курсом. Треба мати на увазі, що задачі, як позиційні так і метричні, розв'язуються різними способами. Вибір оптимального способу розв'язання відіграє важливу роль і залежить від умови задачі, об'єкта дослідження, його розташування у просторі та ін.
3. Виконання обов'язкових домашніх графічних завдань, які допомагають одночасно з засвоєнням теорії оволодіти навичками точного графічного розв'язання просторових геометричних задач метричного та позиційного характеру.

*Самостійна робота* студентів є основним засобом засвоєння навчального матеріалу і здійснюється з метою відпрацювання та засвоєння теоретичного матеріалу, визначеного тематичним планом для самостійних занять, закріплення та поглиблення знань, умінь та навичок, виконання індивідуальних завдань. *Індивідуальні завдання* є невід'ємною складовою самостійної роботи студентів, бо вони сприяють більш поглибленому вивченню теоретичного матеріалу, закріпленню та узагальненню отриманих знань, формуванню вмінь використання знань для комплексного вирішення відповідних професійних завдань. *Індивідуальні завдання виконуються самостійно* і забезпечуються необхідними консультаціями викладача.

## УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

При виконанні завдання слід користуватися умовними позначеннями та деякими загальноприйнятими символами.

Прийнято позначати:

1. Площини проекцій – великою грецькою літерою  $\Pi$  з індексом 1,2,3:

$\Pi_1$  – горизонтальна площина проекцій;

$\Pi_2$  – фронтальна площина проекцій;

$P_3$  – профільна площина проєкцій.

2. Точки у просторі – великими літерами латинського алфавіту:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  або арабськими цифрами:  $1$ ,  $2$ ,  $3$ ...
3. Прямі лінії – малими літерами латинського алфавіту:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $l$ ,  $k$ .
4. Плоскі кути – літерами грецького алфавіту:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .
5. Проєкції точок та прямих – тими ж літерами, що і в натурі з додаванням індексу площини проєкцій:  $A_1$ ,  $B_1$ , ...  $A_2$ ,  $B_2$ , ...  $A_3$ ,  $B_3$ , ...  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ...
6. Натуральну систему координат –  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .
7. Лінії перетину площин проєкцій (осі проєкцій) на кресленні –  $X_{12}$ ,  $Y_{13}$ ,  $Z_{23}$ . Початок координат – літера  $O$ .

### ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ

При виконанні домашніх завдань слід дотримуватись таких умов.

1. Завдання виконувати на аркуші креслярського паперу формату А3(297х420) у масштабі 1:1. Рамку формату та напис наносити до початку виконання завдання так, як показано на зразку, при цьому зліва залишати поле шириною 20 мм для підшивки, як того вимагає ГОСТ 2.301-68.

2. Товщина і тип ліній креслення мають відповідати ГОСТ 2.303-68: рамку, проєкції прямих, контурні лінії в зображеннях геометричних тіл виконувати суцільною лінією товщиною 0,8–1,0 мм; лінії проєкційного зв'язку, осі проєкцій – товщиною 0,25 мм; лінії невидимого контуру – штриховою лінією товщиною 0,5 мм; фіксовані точки на кресленнях обводити колами діаметром 1,5–2 мм.

3. Графічні побудови, які стосуються розв'язання задач, виконувати попередньо тонкими лініями. Допоміжні побудови залишати на кресленнях до перевірки викладачем правильності розв'язання задачі.

4. Всі лінійні розміри і координати точок в умовах задач зазначати в міліметрах.

5. Написи та позначення виконувати шрифтами розміром 3,5 та 5 мм відповідно до ГОСТ 2.304-81.

### ЗМІСТ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

Для модуля № 1 «Ортогональні проєкції геометричних елементів» дисципліни «Нарисна геометрія» студентам пропонується комплексна графічна робота. Варіанти її завдань наведено в таблиці 1 цих методичних вказівок. Виконання графічної роботи пропонується поетапне.

**Етап I.** Побудувати три проекції граного геометричного тіла ( $ГТ$ ) – призми або піраміди, вісь якого  $OS$  паралельна одній із площин проекцій, а кут нахилу осі до другої площини ( $\alpha$  або  $\beta$ ) задано в умові задачі. Основи  $ГТ$  – правильні багатокутники, паралельні одній з площин проекцій. На осі  $OS$  на відстані  $d$  від точки  $O$  відмітити точку  $K$ .

**Етап II.** Викладач задає дві проекції прямої  $m$  загального положення ( $m$  проходить через точку  $K$ ) таким чином, щоб проекції її слідів не виходили за межі поля креслення. Треба побудувати недостатню проекцію прямої  $m$ , визначити її сліди  $M(M_1, M_2, M_3)$ ,  $N(N_1, N_2, N_3)$ ,  $P(P_1, P_2, P_3)$ , октанти, через які проходить пряма.

**Етап III.** На прямій  $m$  довільно взяти точки  $A(A_1, A_2, A_3)$  та  $B(B_1, B_2, B_3)$  по різні сторони від точки  $K$  на відстані 25 – 30 мм в кожну сторону. Визначити дійсну величину відрізка прямої  $AB$  та кут нахилу його до вказаної площини проекцій. Через точку  $B$  провести відрізок  $BC$  лінії рівня, перпендикулярно до  $AB$  довжиною  $|BC|=l$ . Побудувати пряму  $n(n_1, n_2, n_3)$ , яка проходить через точку  $C$  та паралельну заданій прямій  $m$ . На прямій  $m$  побудувати точку  $L(L_1, L_2, L_3)$ , яка рівновіддалена від зазначених площин проекцій.

**Етап IV.** Через пряму  $m$  провести проекційну площину  $\theta$  (див. табл.1) та побудувати проекції точок перетину цієї площини з ребрами, та ліній перетину її з гранями заданого геометричного тіла і таким чином отримати багатокутник перетину. Методом заміни площин проекцій побудувати дійсну величину багатокутника.

*Терміни виконання графічної роботи:*

*Етап I – 3-й тиждень*

*Етап II – 4-й тиждень*

*Етап III – 5-й тиждень*

*Етап IV – 7-й тиждень*

*Кожний етап перевіряється викладачем і супроводжується контрольними запитаннями та завданнями, наприклад:*

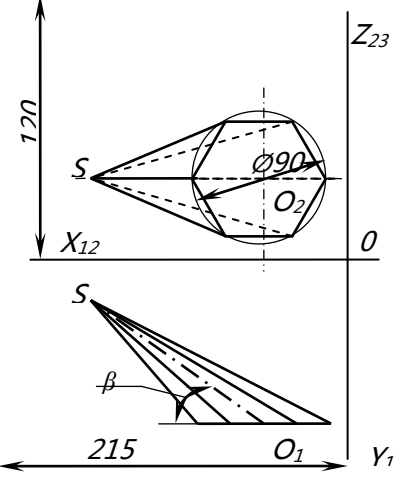
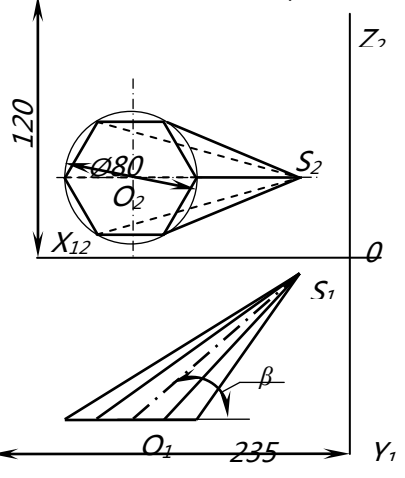
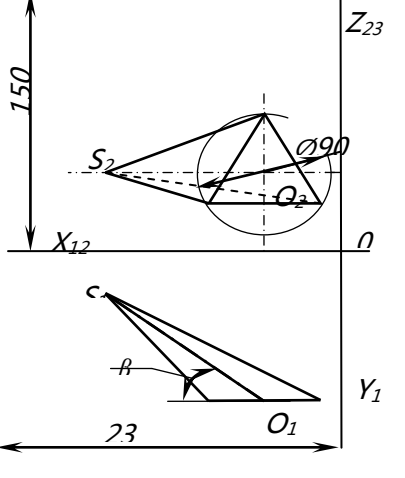
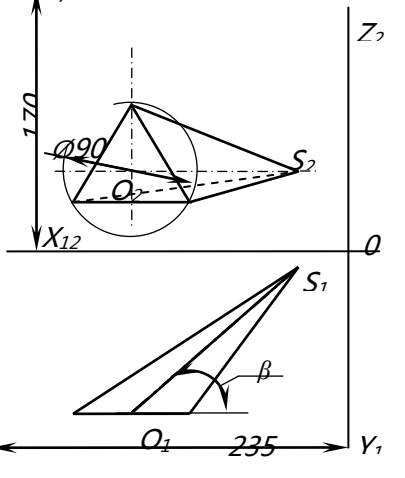
- Визначити координати вказаної точки;
- Проаналізувати проекції ребер та граней геометричного тіла щодо визначення їхнього положення відносно площин проекцій;
- Визначити дійсну величину заданого викладачем відрізка, що належить фігурі перетину і т. ін.

Таблиця 1 – Вихідні дані індивідуальних завдань за варіантами

№№ вар.	$OK=d$	$BC//\Pi$	Кут нахилу $AB$	$ BC =l$	$\Theta \equiv m$	Точка $L$ , рів- новіддалена від площин проекцій
1	65	$\Pi_1$	$\beta'$	15	$\Theta_1 \equiv m_1$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
2	60	$\Pi_1$	$\alpha'$	20	$\Theta_1 \equiv m_1$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
3	60	$\Pi_1$	$\gamma'$	20	$\Theta_1 \equiv m_1$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
4	55	$\Pi_1$	$\beta'$	20	$\Theta_1 \equiv m_1$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
5	45	$\Pi_3$	$\gamma'$	20	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
6	45	$\Pi_2$	$\beta'$	25	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
7	53	$\Pi_2$	$\alpha'$	10	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
8	50	$\Pi_3$	$\beta'$	15	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
9	45	$\Pi_1$	$\alpha'$	20	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
10	50	$\Pi_2$	$\alpha'$	20	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
11	60	$\Pi_1$	$\beta'$	15	$\Theta_1 \equiv m_1$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
12	65	$\Pi_1$	$\gamma'$	20	$\Theta_1 \equiv m_1$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
13	35	$\Pi_2$	$\gamma'$	15	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
14	40	$\Pi_1$	$\beta'$	20	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
15	50	$\Pi_2$	$\alpha'$	15	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
16	55	$\Pi_2$	$\gamma'$	20	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
17	55	$\Pi_3$	$\gamma'$	25	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
18	60	$\Pi_2$	$\alpha'$	20	$\Theta_1 \equiv m_1$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
19	55	$\Pi_2$	$\gamma'$	20	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
20	50	$\Pi_3$	$\beta'$	15	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
21	40	$\Pi_1$	$\gamma'$	15	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
22	45	$\Pi_2$	$\beta'$	25	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
23	45	$\Pi_3$	$\gamma'$	20	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
24	40	$\Pi_1$	$\alpha'$	15	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
25	40	$\Pi_2$	$\alpha'$	15	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
26	45	$\Pi_3$	$\alpha'$	25	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
27	70	$\Pi_3$	$\beta'$	20	$\Theta_1 \equiv m_1$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
28	60	$\Pi_2$	$\alpha'$	25	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
29	40	$\Pi_1$	$\alpha'$	20	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_2$ та $\Pi_3$
30	45	$\Pi_2$	$\beta'$	20	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_2$
31	45	$\Pi_2$	$\alpha'$	25	$\Theta_2 \equiv m_2$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$
32	45	$\Pi_2$	$\gamma'$	25	$\Theta_3 \equiv m_3$	$\Pi_1$ та $\Pi_3$



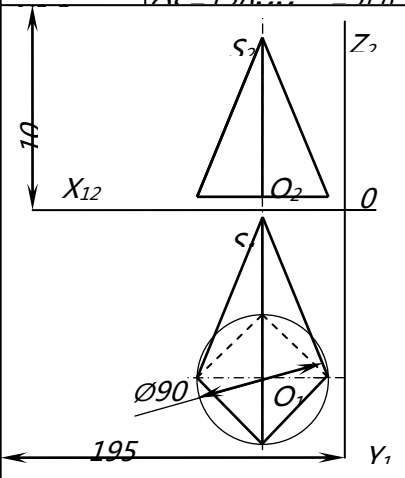
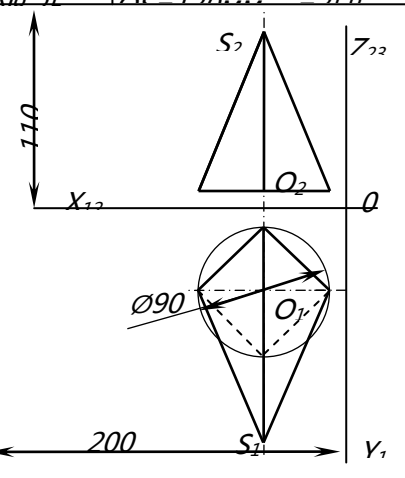
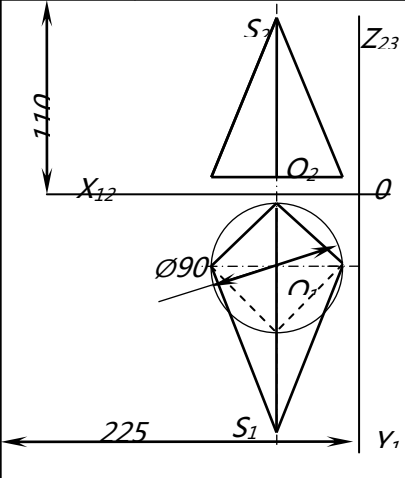
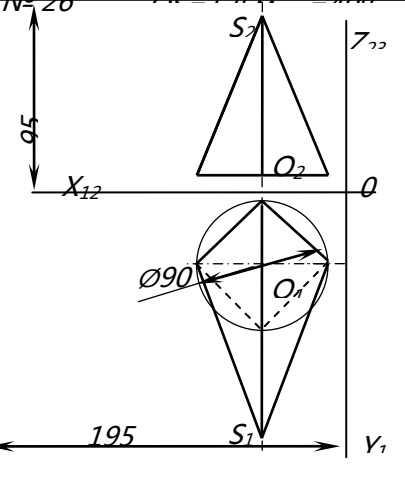
Варіанти завдань (до табл.1)

Варіант № 1, 17	$O(50,110,50), OS \parallel \Pi_v$ $OS=140\text{мм}, \beta=40^\circ$	Варіант № 2, 18	$O(185,110,50), OS \parallel \Pi_v$ $OS=140\text{мм}, \beta=40^\circ$
			
Варіант № 3	$O(50,100,48), OS \parallel \Pi_v$ $OS=110\text{мм}, \beta=40^\circ$	Варіант № 4, 20	$O(155,100,60), OS \parallel \Pi_v$ $OS=110\text{мм}, \beta=40^\circ$
			

Варіанти завдань (до табл.1)

Варіант № 5-31 $O(60,15 140,0), OS  \Pi_3$ $OS=120\text{ мм } \alpha=40^\circ$	Варіант № 6-32 $O(60,35,0), OS  \Pi_3$ $OS=120\text{ мм } \alpha=40^\circ$
Варіант № 7-33 $O(160,60,0), OS  \Pi_2$ $OS=125\text{ мм } \alpha=40^\circ$	Варіант № 8-34 $O(80,60,0), OS  \Pi_2$ $OS=120\text{ мм } \alpha=40^\circ$

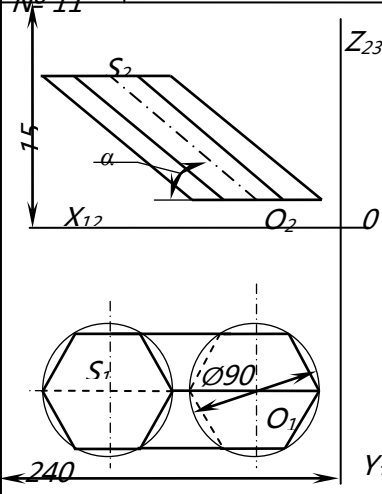
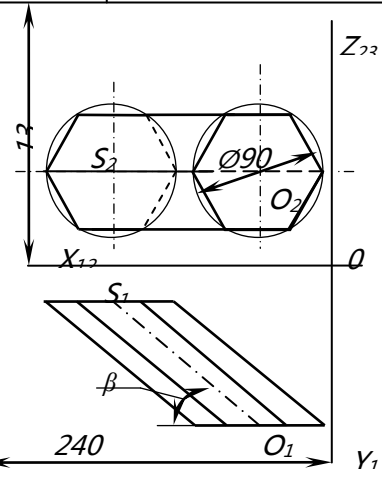
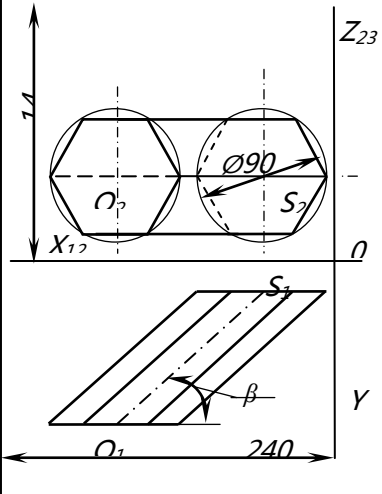
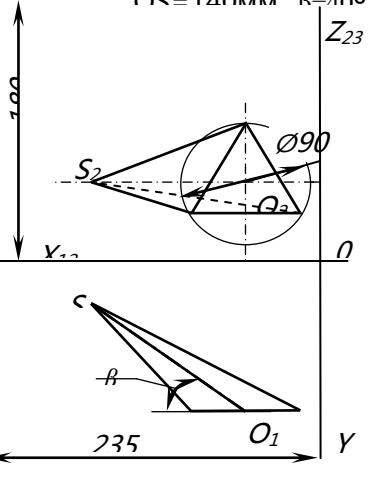
Варіанти завдань (до табл.1)

Варіант	$O(60,150,5), OS \parallel \Pi_3,$ № 25	Варіант	$O(60,50,5), OS \parallel \Pi_3,$ № 25
			
Варіант	$O(60,50,5), OS \parallel \Pi_3,$ № 26	Варіант	$O(60,50,5), OS \parallel \Pi_3,$ № 26
			

Варіанти завдань (до табл.1)

Варіант	$O(160, 60, 0), OS \parallel \Pi_2$ $OS=135\text{mm}, \alpha=40^\circ$	Варіант	$O(55, 60, 0), OS \parallel \Pi_2$ $OS=135\text{mm}, \alpha=40^\circ$
Варіант	$O(180, 60, 0), OS \perp \Pi_1$ № 15, 31	Варіант	$O(75, 60, 0), OS \parallel \Pi_2$ $OS=135\text{mm}, \alpha=40^\circ$ № 16, 32

Варіанти завдань (до табл.1)

Варіант	$O(50,50,20), OS \parallel \Pi_2$	Варіант	$O(50,100,55), OS \parallel \Pi_1$
№ 11	$OS = 140 \text{ мм}$		$OS = 140 \text{ мм}$
			
Варіант	$O(160,110,60), OS \parallel \Pi_1$	Варіант	$O(50,100,50), OS \parallel \Pi_1$
	$OS = 140 \text{ мм}$		$OS = 140 \text{ мм}$
			

## Методичні вказівки до виконання завдання

**Етап I.** Положення системи координат знаходять за допомогою відрізків  $a$  і  $b$ . Креслення граного геометричного тіла починаємо з побудови проєкцій заданого центра кола, описаного навколо правильного многокутника – основи, тобто з побудови точки  $O(X, Y, Z)$ . Горизонтальну проєкцію  $O_1$  визначають координати  $X$  та  $Y$ , фронтальну проєкцію  $O_2$  визначають координати  $X$  та  $Z$  і профільну проєкцію  $O_3$  задають координатами  $Y$  і  $Z$ . Координати точки  $O$  беруть із варіантів завдань до таблиці 1. Щоб відкласти (при побудові) дійсну величину осі  $OS$  та кут нахилу її до заданої площини проєкцій, треба враховувати напрямок  $OS$  (вона паралельна  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  або  $\Pi_3$ ). На рис.1 наведено приклад побудови креслення правильної шестигранної піраміди, основа якої паралельна фронтальній площині проєкцій, а для осі  $OS$  задано, що вона паралельна до  $\Pi_1$ , дана її дійсна величина та кут нахилу  $\beta$  до  $\Pi_2$ . На осі  $OS$  на заданій відстані  $d$  від точки  $O$  будуюмо проєкції точки  $K$  ( $K_1, K_2, K_3$ ). (Виконані побудови перевіряє викладач).

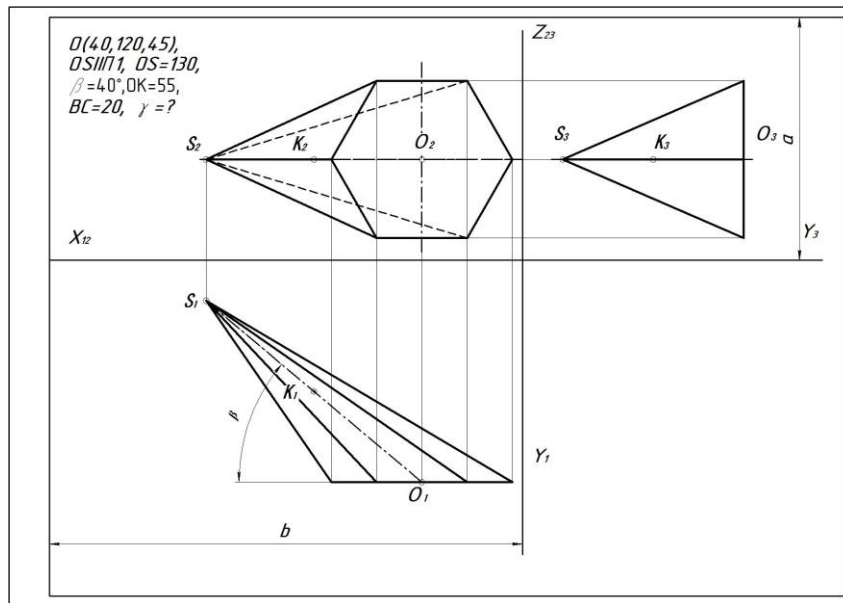


Рисунок 1

**Етап II.** Після перевірки графічних побудов першого етапу викладач задає дві проєкції прямої  $m$  загального положення, яка проходить через точ-

ку  $K$  таким чином, щоб проекції її слідів не виходили за межі поля креслення. За заданими проекціями прямої  $t(t_1, t_2)$  добудовуємо третю ( $t_3$ ), визначаємо сліди прямої  $t$  та октанти, через які проходить ця пряма.

**Горизонтальний слід** прямої  $t$  (точка  $M$ ) – точка перетину прямої з горизонтальною площиною проекцій  $\Pi_1$  визначається за умови належності цієї точки одночасно прямій  $t$  та площині  $\Pi_1$ . Відомо, якщо точка належить горизонтальній площині проекцій то її фронтальна проекція ( $M_2$ ) буде на осі  $X$ , а профільна ( $M_3$ ) – на осі  $Y$ . Тобто фронтальна проекція горизонтального сліду ( $M_2$ ) буде розташовуватись у точці перетину фронтальної проекції прямої  $t_2$  з віссю  $X$ . Горизонтальну проекцію точки ( $M_1$ ) знаходимо за першим законом проекційного зв'язку, згідно з яким фронтальна ( $M_2$ ) та горизонтальна ( $M_1$ ) проекції точки належать одній лінії проекційного зв'язку, перпендикулярній осі  $X$ . Профільну проекцію горизонтального сліду ( $M_3$ ) будуюмо за допомогою другого та третього законів проекційного зв'язку. Другий закон проекційного зв'язку пов'язує фронтальну ( $M_2$ ) та профільну ( $M_3$ ) проекції точки  $M$  однією лінією проекційного зв'язку, перпендикулярною осі  $Z$ . Згідно з третім законом проекційного зв'язку відстань від горизонтальної ( $M_1$ ) проекції точки до осі  $X$  буде дорівнювати відстані від осі  $Z$  до профільної ( $M_3$ ) проекції точки. Тобто профільна та горизонтальна проекції точки мають одну і ту ж саму координату  $Y$  (рис.2).

**Фронтальний слід** прямої  $t$  (точка  $N$ ) – точка перетину прямої з фронтальною площиною проекцій  $\Pi_2$ . Тобто це точка, що належить прямій  $t$  і має координату  $Y = 0$ . Горизонтальна проекція фронтального сліду завжди буде на осі  $X$ , а профільна – на осі  $Z$ . Будуюмо горизонтальну проекцію  $N_1$  як точку перетину горизонтальної проекції прямої  $t_1$  з віссю  $X$ , фронтальну – ( $N_2$ ) будуюмо за першим законом проекційного зв'язку, профільну –  $N_3$  за другим законом проекційного зв'язку:  $N_3$  лежить на одній горизонтальній лінії зв'язку з фронтальною проекцією  $N_2$ . Одночасно ця точка належить осі  $Z$ . За профільними проекціями двох точок  $N_3$  та  $M_3$  можна побудувати профільну проекцію прямої ( $t_3$ ).

**Профільний слід** прямої  $t$  (точка  $P$ ) – є точка перетину прямої з профільною площиною проекцій, а це означає, що така точка має координату  $X = 0$ . Горизонтальна проекція профільного сліду ( $P_1$ ) – це буде точка перетину горизонтальної проекції прямої  $t_1$  з віссю  $Y_1$ , фронтальна  $P_2$  – точка перетину фронтальної проекції  $t_2$  з віссю  $Z$ , а профільна проекція профільного сліду ( $P_3$ ) будується за законами проекційного зв'язку.

Сліди прямої – це точки, в яких пряма із одного октанта переходить в інший. Тому доцільно відразу визначити, через які октанти проходить пряма. **Скористуємося координатним способом.** З цією метою на комплексному кресленні вибирають фронтальну та горизонтальну проекції прямої

і знаходять відповідні проекції слідів прямої — граничні точки між октантами (рис.2). У загальному випадку пряма може перетнути чотири октанти. Для їх визначення будемо рухатись зліва направо. Вибираємо будь-яку точку на прямій  $m$  у першому інтервалі — ліворуч точки  $M(M_1, M_2)$ . Це може бути один із перших чотирьох октантів, оскільки ми знаходимось ліворуч осі  $Z$ , тобто координата  $X$  із знаком плюс. Фронтальна проекція будь-якої точки прямої  $m$  у вибраному інтервалі знаходиться під віссю  $X$ , а це означає, що координата  $Z$  із знаком мінус і точка розташована у одному із нижніх октантів — III або IV. І, нарешті, горизонтальна проекція точки — під віссю  $X$  однозначно вказує на те, що точка може бути тільки у IV октанті тому, що координата  $Y$  із знаком плюс.

Наступний інтервал — між точками  $M(M_1, M_2)$  і  $P(P_1, P_2)$ . Оскільки вибраний інтервал ліворуч від осі  $Z$ , то це також може бути I, II, III або IV октант. Фронтальна проекція будь-якої точки на прямій  $m$  у цьому інтервалі розташована над віссю  $X$ , тобто точка може бути тільки у одному з верхніх октантів — I або II, тому що координата  $Z$  із знаком плюс. А горизонтальна

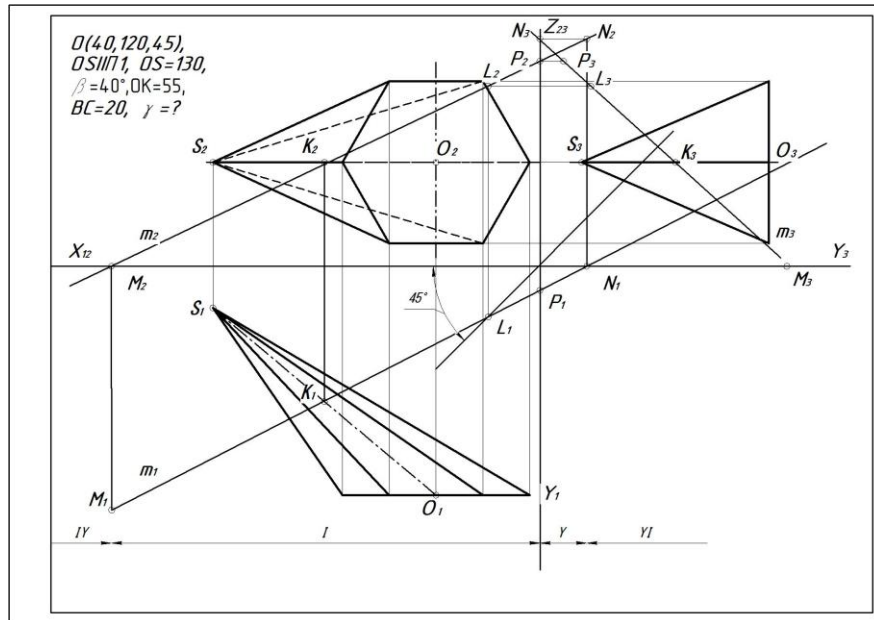


Рисунок 2

проекція точки, яка знаходиться під віссю  $X$ , однозначно вказує на місцепо-



ложення точки – I октант (координата  $Y$  із знаком плюс).

Аналогічні міркування стосуються будь-якої точки прямої  $m$  у наступному інтервалі – між точками  $P(P_1, P_2)$  і  $N(N_1, N_2)$ . Оскільки цей інтервал праворуч від осі  $Z$  (координата  $X$  із знаком мінус), точка може бути у одному із октантів з  $Y$  по  $YIII$ . Фронтальна проекція – над віссю  $X$  – вказує на те, що це може бути один із верхніх октантів ( $Y$  або  $YI$ ), а горизонтальна проекція точки – під віссю  $X$  (координата  $Y$  із знаком плюс) – остаточно визначає положення точки – це  $Y$  октант. І, нарешті, останній інтервал – праворуч точки  $N(N_1, N_2)$  – може бути  $Y$ ,  $YI$ ,  $YII$ , або  $YIII$  октант, бо точка розташована праворуч від осі  $Z$ . Фронтальна проекція будь-якої точки на прямій  $m$  в заданому інтервалі знаходиться над віссю  $X$ , а це означає, що точка може бути у одному із верхніх октантів ( $Y$  або  $YI$ ), а горизонтальна проекція точки теж над віссю  $X$  вказує на те, що точка знаходиться у задньому октанті, тобто у  $YI$  (координата  $Y$  із знаком мінус).

*(Виконані побудови перевіряє викладач).*

**Етап III.** На прямій  $m$  довільно беремо точки  $A(A_1, A_2, A_3)$  та  $B(B_1, B_2, B_3)$  по різні сторони від точки  $K$  на відстані 25 – 30 мм в кожну сторону (рис.3). Визначаємо дійсну величину відрізка  $AB$  та кут нахилу його до вказаної площини проекцій. У розглянутому прикладі визначається кут  $\gamma$ .

Щоб визначити дійсну величину відрізка  $AB$  та кут нахилу його до однієї з площин проекцій: горизонтальної ( $\alpha$ ), фронтальної ( $\beta$ ) або профільної ( $\gamma$ ) треба скористатися правилом прямокутного трикутника, згідно з яким ***дійсна величина відрізка прямої загального положення вимірюється гіпотенузою прямокутного трикутника, одним катетом якого буде проекція відрізка на будь-яку з площин проекцій, а другим – різниця відстаней від кінців даного відрізка до тієї площини, проекція на яку взята за перший катет.***

Кут нахилу відрізка прямої до горизонтальної, фронтальної чи профільної площини проекцій буде знаходитись між гіпотенузою та катетом-проекцією на відповідну площину проекцій (рис.4), (рис.5), (рис.6).

Нагадаємо, що відстань від точки до профільної площини проекцій визначається координатою  $X$ , до фронтальної –  $Y$ , а до горизонтальної –  $Z$ .

Це треба знати і для того, щоб на прямій  $m$  знайти точку  $L(L_1, L_2, L_3)$ , рівновіддалену від заданих площин проекцій. І, якщо точка  $L$ , наприклад, рівновіддалена від площин  $P_3$  та  $P_2$ , це означає, що її координата  $X = Y$ . Це буде така точка на прямій  $m$ , яка одночасно належить ще й бісекторній площині, що поділяє двогранний кут між площинами  $P_3$  та  $P_2$  навпіл (рис.7). Щоб знайти точку  $L$  в прикладі, що розглядається, достатньо провести слід бісекторної площини (або площин) під кутом  $45^\circ$  до перетину з відповідною проекцією прямої (в даному випадку з горизонтальною проек-

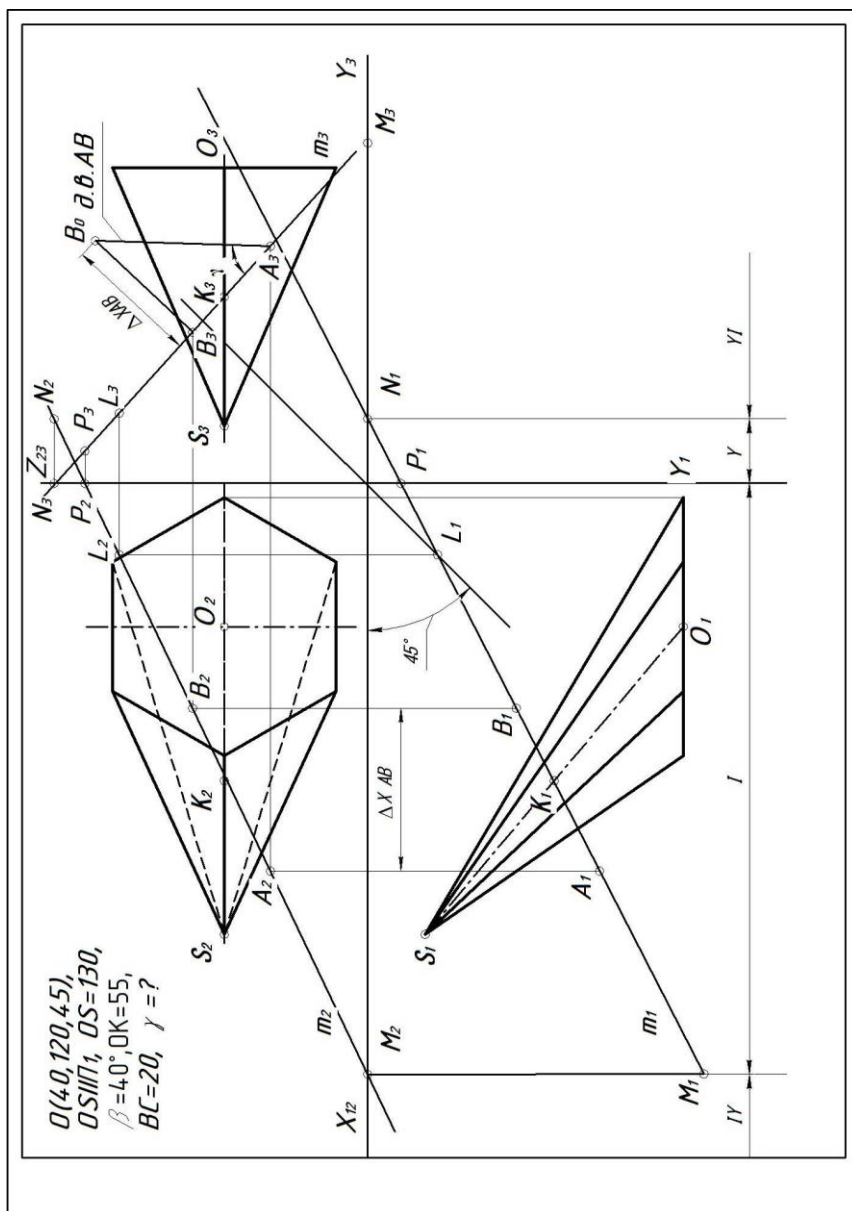


Рисунок 3  
16

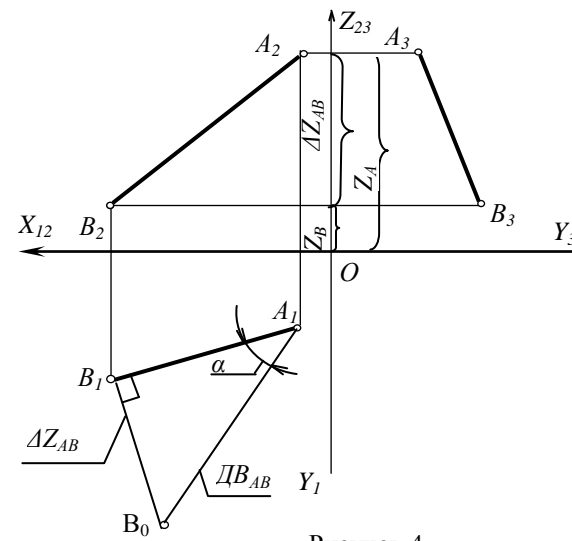


Рисунок 4

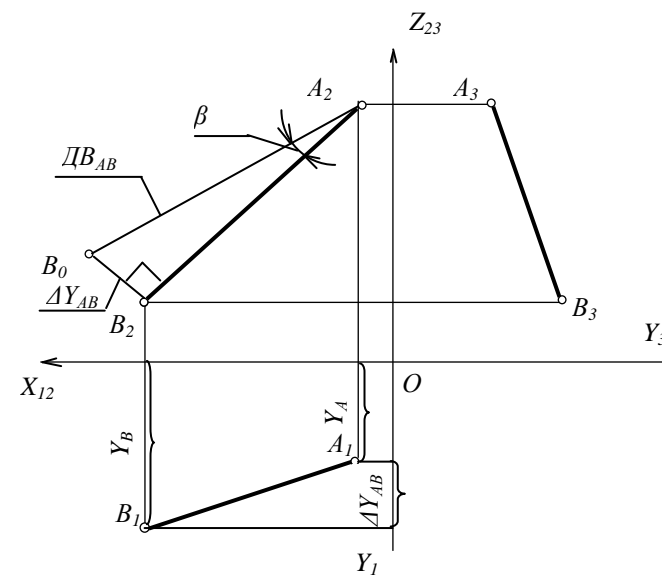


Рисунок 5

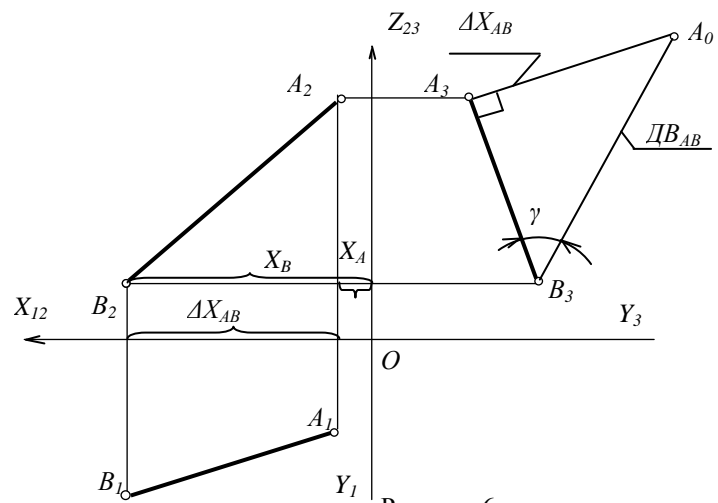


Рисунок 6

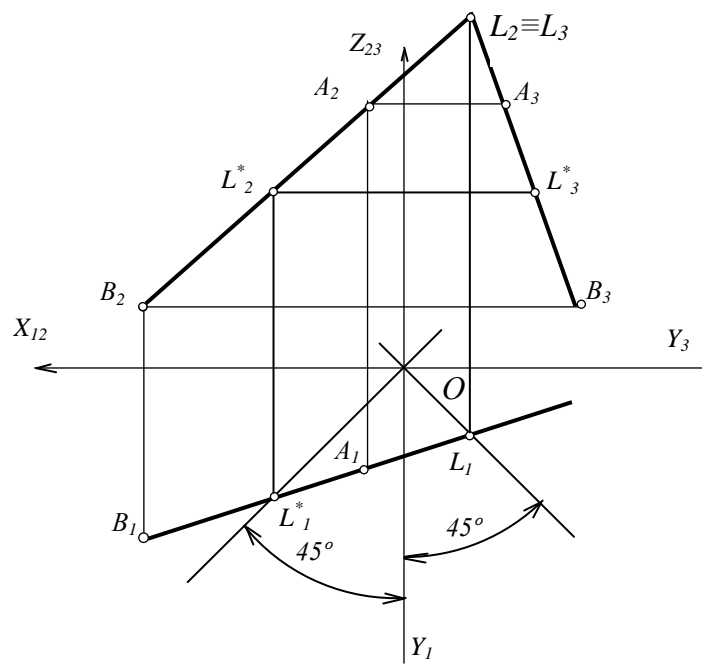


Рисунок 7

цією, в яку входять саме координати  $X$  та  $Y$ ). Знайдена точка є горизонтальною проекцією  $L_1$  (рис.3). Фронтальна  $L_2$  та профільна  $L_3$  проекції точки будуються за законами проекційного зв'язку за умови належності точки  $L$  прямій  $m$ .

Наступне завдання цього етапу: через точку  $B$  провести відрізок  $BC$  лінії рівня, перпендикулярно до  $AB$  довжиною  $|BC| = l$ . Через точку  $C$  провести пряму  $n(n_1, n_2, n_3)$ , паралельну  $AB$ .

Побудову відрізка  $BC$  лінії рівня, перпендикулярного відрізка  $AB$  (рис.8), починаємо з визначення його проекції на ту площину проекцій, якій він паралельний. Відповідно до *теорема про проектування прямого кута* саме там ми побачимо дійсну величину проекції прямого кута. Дійсній довжині відрізка  $BC$  буде дорівнювати його проекція на ту площину проекцій, якій він паралельний. Решту проекцій відрізка  $BC$  добудовуємо згідно з законами проекційного зв'язку, знаючи напрямки проекцій ліній рівня. На рис.8 розглянуто приклад побудови відрізка  $BC$ , перпендикулярного  $AB$ , і паралельного горизонтальній площині проекцій, а на рис.9 аналогічні побудови виконані на завданні-зразку.

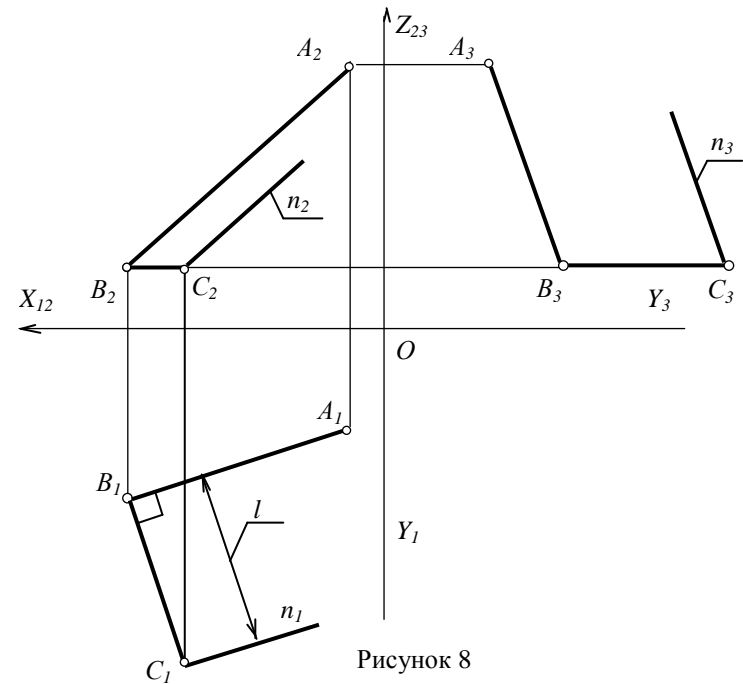


Рисунок 8

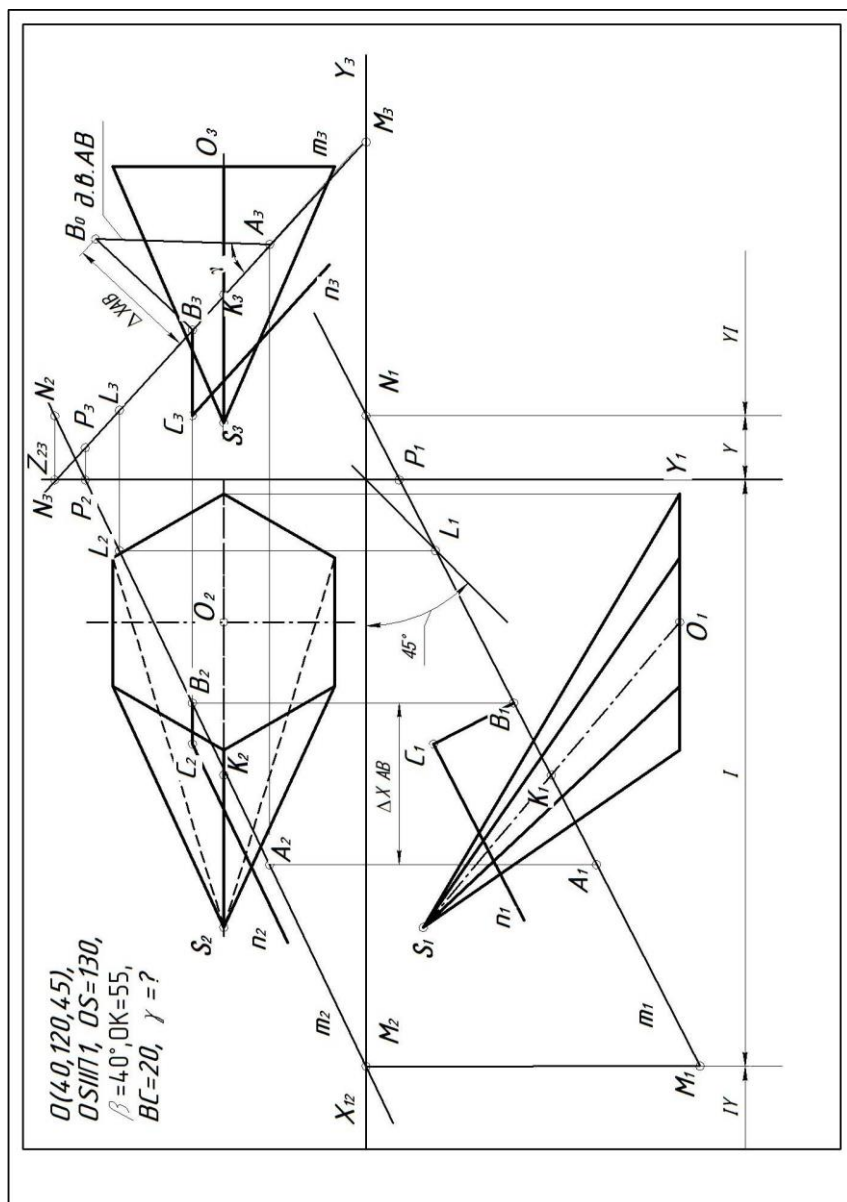


Рисунок 9

Для побудови прямої  $n$ , паралельної прямій  $AB$ , скористаємося умовою паралельності двох прямих, згідно з якою, **якщо прямі паралельні між собою, то їх відповідні проекції також паралельні**, тобто, якщо  $n//AB$ , то  $n_1//A_1B_1$ ,  $n_2//A_2B_2$ ,  $n_3//A_3B_3$ . На рис 8 наведено приклад побудови паралельних прямих на комплексному кресленні, а на рис.9 аналогічні дії виконані на зразку виконання креслення. (Виконані побудови перевіряє викладач).

**Етап ІУ.** Через пряму  $t$  провести проекційну площину ( $\theta$ ) та побудувати проекції точок перетину цієї площини з ребрами та лінії перетину її з гранями заданого геометричного тіла і таким чином отримати багатокутник перетину. *Методом заміни площин проекцій* побудувати дійсну величину багатокутника.

В наведеному прикладі розглядається побудова точок та ліній перетину заданого геометричного тіла горизонтальною проекційною площиною  $\theta_1 \equiv h_1^0 \equiv m_1$  (рис.10). Горизонтальні проекції точок перетину ребер геометричного тіла з січною площиною  $\theta$  ( $7_1, 8_1, 9_1, 10_1, 11_1, 12_1$ ) визначаємо за *збиральною властивістю* проекційних площин, фронтальні та профільні проекції цих точок знаходимо за законами проекційного зв'язку з урахуванням умови належності точки прямій лінії. При побудові ліній перетину граней геометричного тіла з площиною  $\theta$  з'єднуємо точки, які належать одній грані, і при цьому враховуємо видимість побудованих ліній.

Щоб знайти дійсну величину багатокутника, що утворився, треба скористатися *методом заміни площин проекцій* і перетворити площину багатокутника в площину рівня. Для цього площину  $\Pi_2$  замінимо на площину  $\Pi_4$ , яка буде паралельна заданій  $\theta$ , а нова вісь  $X_{14}$  буде паралельна горизонтальному слідові  $\theta_1$ .

У новій системі площин проекцій  $\Pi_1/\Pi_4$  для побудови дійсної величини багатокутника (9 10 12 11 8 7) спочатку вздовж осі  $X_{14}$  відкладаємо відстані, що дорівнюють довжинам відрізків між проекціями точок  $7_1, 8_1, 9_1, 10_1, 11_1, 12_1$ . Через одержані точки у напрямку, перпендикулярному до осі  $X_{14}$  проводимо відрізки прямих, що дорівнюють відстаням від точок 9 10 12 11 8 7 до площини  $\Pi_1$ , яка не змінює свого положення (ці відстані еквівалентні відріzkам від  $9_2, 10_2, 12_2, 11_2, 8_2, 7_2$  до осі  $X_{12}$ ). Поєднуємо отримані точки прямими лініями і заштриховуємо побудований багатокутник, який і буде дійсною величиною фігури перетину (рис.10). (Виконані побудови перевіряє викладач).

Виконана у повному обсязі графічна робота підписується за зразком (рис.10) і остаточно перевіряється викладачем.

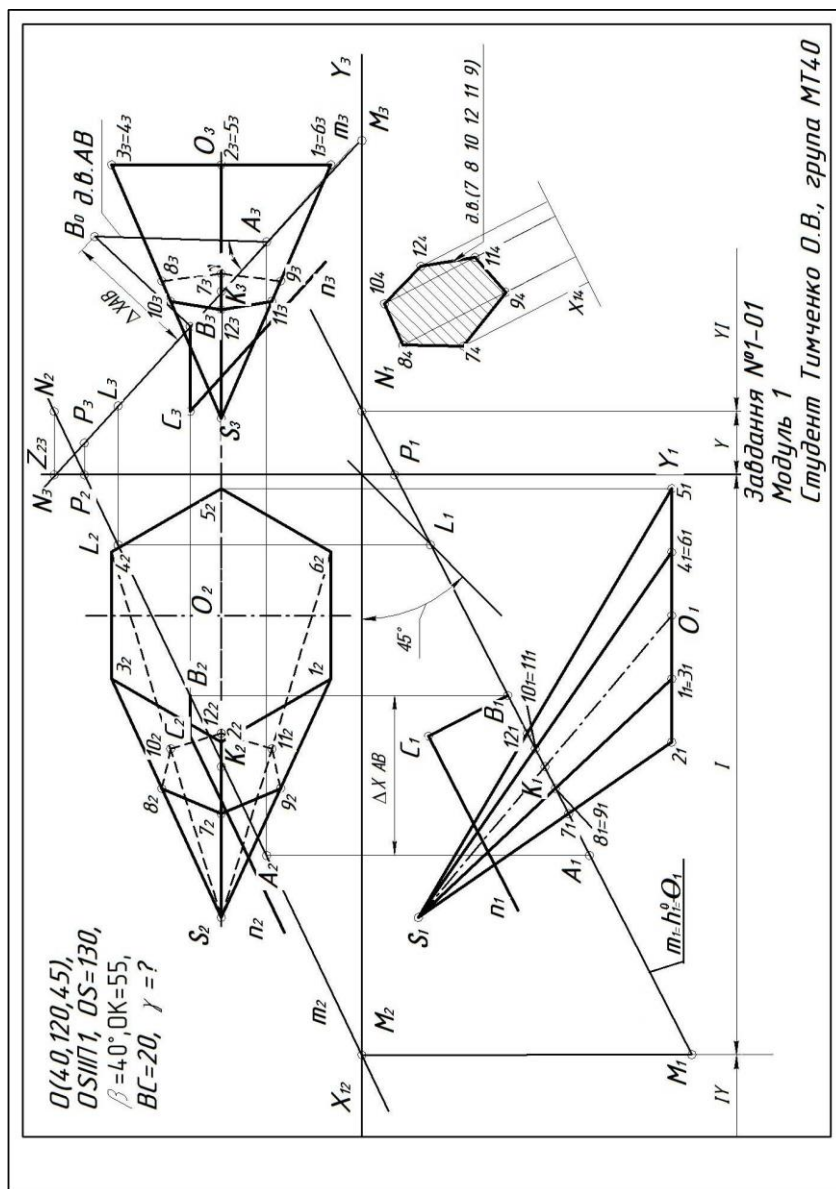


Рисунок 10



Для перевірки засвоєного матеріалу на кожному з етапів виконання завдання передбачаються *контрольні запитання та завдання*, наприклад:

1. *Визначити координати точки, заданої викладачем.*
2. *Проаналізувати проекції ребер та граней геометричного тіла щодо визначення їх положення відносно площин проекцій.*
3. *Визначити дійсну величину заданого викладачем відрізка, що належить фігурі перетину або побудувати проекції точки, яка належить побудованому многокутнику.*

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

### МОДУЛЬ №1

#### *«Ортогональні проекції геометричних елементів»*

1. Що називають проекцією точки? Які знаєте способи проектування?
2. Як утворюється епюр Монжа?
3. Які координати визначають фронтальну, горизонтальну та профільну проекції точки?
4. Які точки називають конкуруючими?
5. Які визначники прямої лінії? Що таке пряма довільного положення?
6. Які прямі називають прямими окремого положення?
7. Як визначити дійсну величину та кут нахилу прямої довільного положення до площини проекцій?
8. Сформулюйте теорему про проектування прямого кута.
9. Що називають слідом прямої? Яка пряма має один, два, три сліда?
10. Яка ознака на епюрі належності точки до прямої лінії?
11. Які ви знаєте визначники площини?
12. Яке положення може займати площина відносно площин проекцій?
13. Як знайти точку перетину прямої з площиною?
14. В чому полягає суть методу заміни площин проекцій?
15. У чому полягає суть методу обертання?

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гордон В.О. Курс нарисної геометрії/ В.О. Гордон. – М., 1988. – 448 с.
2. Михайленко В.Є. Нарисна геометрія : підручник/ В.Є Михайленко, М.Ф. Євстифєєв. – К., 1993. – 368 с.
3. Кириченко А.Ф. Теоретичні основи інженерної графіки : підручник для вищих технічних навчальних закладів/ А.Ф Кириченко. – К. : ВД «Професіонал», 2004. – 496 с.
4. Методические указания и варианты обязательных домашних заданий по теме “Методы преобразования комплексного чертежа» по курсу «Начертательная геометрия»/ [сост. Ванюшина Т.М., Прошина Н.А., Приходько Л.И.](#) – Х. : ХПИ, 1988. – 30 с.
5. Методические указания и варианты обязательных домашних заданий по курсу начертательной геометрии по теме “Сечение поверхностей проецирующей плоскостью»/ [Федоренко Н.А., Дыгало А.И.](#) – Х. : ХПИ, 1989. – 44 с.

Навчальне видання

Нарисна геометрія. Варіанти завдань  
Методичні вказівки для самостійної роботи студентів машинобудівних  
спеціальностей. У 2-х модулях  
Модуль 1 : «Ортогональні проекції геометричних елементів».

Укладачі: КРАСНОКУТСЬКИЙ Анатолій Михайлович  
ШОМАН Ольга Вікторівна  
ШЕВЧЕНКО Михайло Михайлович  
САВЧЕНКО Лідія Митрофанівна

Відповідальний за випуск О.В.Шоман

Роботу рекомендував до видання М.А.Погрібний

В авторській редакції

План 2010 р., поз. 115/

Підп. до друку 16.02.2011                      Формат 60х84 1/16. Папір офсет.  
RISO- друк. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк.    Обл.-вид. арк. 1,4.  
Наклад 500 прим. Зам. №                      Ціна договірною.

Видавничий центр НТУ "ХП".  
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 3657 від 24.12. 2009 р.  
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Друкарня НТУ "ХП", 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21